

## 適合格子細分化法を用いた太陽圏の動的モデルの構築：気候変動と太陽圏磁場のリンクをめざして

著者	松本 倫明
出版者	法政大学人間環境学会
雑誌名	人間環境論集
巻	16
号	2
ページ	79-94
発行年	2016-01-31
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10114/11956">http://hdl.handle.net/10114/11956</a>

# 適合格子細分化法を用いた太陽圏の動的モデルの構築

## — 気候変動と太陽圏磁場のリンクをめざして —

松本 倫明

### 1. はじめに

太陽活動の変化は太陽風や惑星間空間の磁場に影響を与え、惑星間空間の磁場は地球に到来する銀河宇宙線に影響を与える。とくに 1645 年から 1715 年の期間には太陽黒点がほとんど観測されず、太陽活動は長期的な静穏期にあった。この期間は「マウンダー極小期」と呼ばれ、宇宙線の強度が高い傾向にあっただけではなく (McCracken & Beer 2007)、地球規模の寒冷化が起こったと考えられている (Eddy 1976)。「マウンダー極小期」をはじめとする太陽の長期的な静穏期は「グランドミニмум」と呼ばれ、気候変動との関係が注目されている。

このように、太陽活動、銀河宇宙線、そして気候変動の関係が注目されているものの、その基本的な事柄には十分に理解されていない事柄は多い。たとえば、太陽活動と銀河宇宙線の変調の関係を調べるために、現実的なモデルの構築が望まれている。通常、銀河宇宙線の変調の計算は、定常のパーカースパイラルを仮定した太陽圏磁場の単純化されたモデルにもとづいている (e.g., Miyake & Yanagita 2008; Burger & Sello 2005)。また Guo & Florinski (2014) は動的な MHD シミュレーションを用いているが、定常の太陽風において銀河宇宙線強度を求めている。

また太陽活動の静穏期「グランドミニмум」では、太陽圏内部の電流シートはフラットな形状をすると考えられている一方で、ヘリオポーズ付近では電流シートは何重にも折りたたまれる。このようなヘリオポーズ付近の構造は、銀河宇宙線の変調に影響を与えると考えられるので (Kataoka et al. 2012)、この構造を高解像で分解した動的な太陽圏のモデルの構築が望まれる。

太陽圏の動的なモデルを構築するために、従来行われてきたように、一様格子を用いて太陽圏全体の広い領域をカバーするシミュレーションを行うと、解像度が不足してしまう。とくに電流シートの解像度不足は銀河宇宙線の変調を調べる上で深刻な問題である。銀河宇宙線は電流シートを伝播するからである。

そこで我々は、適合格子細分化法 (AMR 法; Berger & Colella 1989) を用いた MHD シミュレーションを遂行し、これにもとづいて高解像な太陽圏モデルを構築している。このモデルは銀河宇宙線の変調への応用を念頭に置いている。

AMR 法を用いた太陽圏のシミュレーションは米国の BATS-R-US コードを用いたグループが先行しているが (e.g., Opher et al. 2012)、国内ではまだ未着手である。また、AMR 法を用いた高解像シミュレーションと、銀河宇宙線の変調を組み合わせた研究はまだ行われておらず、今がまさに研究を遂行する好機である。

本稿では、AMR 法を用いた太陽圏モデルについて、開発の現状を報告する。第 2 章で我々の太陽圏モデルと計算方法を述べ、第 3 章でテスト計算の結果を示し、第 4 章でスーパーコンピュータを用いたコードの性能評価の結果を述べる。第 5 で議論を行い、第 6 章に本稿をまとめる。

## 2. モデルと計算方法

### 2.1. 基礎方程式

太陽風プラズマは MHD 近似が精度良く成立するので、本研究では解くべき方程式として理想 MHD 方程式を仮定した：

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{v}) + \nabla \cdot \left[ \rho \mathbf{v} \mathbf{v}^T + \left( P + \frac{|\mathbf{B}|^2}{2} \right) \mathbf{I} - \mathbf{B} \mathbf{B}^T \right] &= \rho \mathbf{g}, \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v} \mathbf{B}^T - \mathbf{B} \mathbf{v}^T) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla \cdot \left[ \left( \rho E + P + \frac{|\mathbf{B}|^2}{2} \right) \mathbf{v} - \mathbf{B}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}) \right] &= \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{v}, \\ E &= \frac{|\mathbf{v}|^2}{2} + \frac{P}{(\gamma - 1)\rho} + \frac{|\mathbf{B}|^2}{2\rho},\end{aligned}$$

$$\mathbf{g} = -\frac{GM_{\odot}}{r^3} \mathbf{r},$$

ここで、 $\rho, \mathbf{v}, \mathbf{B}, E, P, \mathbf{g}, I$  はそれぞれ密度、速度、磁場、単位質量あたりのエネルギー、圧力、重力加速度、単位ベクトルを表す。上付き添字  $T$  は、転置行列を表す。比熱比を  $\gamma = 1.46$  と仮定した (e.g., Shiota et al. 2014)。圧力  $P$  と温度  $T$  は数密度  $n$  を用いて  $P = (\rho/\mu)k_B T$  の関係にある。ここで  $k_B$  はボルツマン定数、 $\mu (= 0.5)$  は平均分子量である。

## 2.2. 計算領域と境界条件

計算領域は  $x, y, z \in [-R_{\text{out}}, R_{\text{out}}]^3$  の立方体の内部である。計算領域の大きさを問題によって変更することができる。第 3 章のテスト計算では  $R_{\text{out}} = 200 R_{\odot}$ 、第 4 章の性能テストでは  $R_{\text{out}} = 25,600 R_{\odot} = 119 \text{ AU}$  とした。

内側の境界条件として、太陽風モデルを課す。計算領域の原点に太陽を置き、太陽を中心とした球座標  $(r, \theta, \varphi)$  を考える。球殻  $r = R_{\text{in}}$  から外側に向かって太陽風を流し、 $r \geq R_{\text{in}}$  の領域を解く。そして本稿では  $R_{\text{in}} = 25 R_{\odot}$  とした。

外側の境界条件として  $x = \pm R_{\text{out}}, y = \pm R_{\text{out}}, z = \pm R_{\text{out}}$  の 6 面に流出境界条件を課した。本モデルでは、太陽風はこの 6 面を通過して計算領域外に流出する。計算領域外に流れる速度は超音速のため、流出境界条件を課すと外側の境界条件から計算領域内部へいかなる波も伝播しない。

## 2.3. 太陽風モデル

太陽風のモデルの設定では Kataoka et al. (2009) と Shiota et al. (2014) を参考にした。本研究の太陽風モデルは太陽磁場の観測だけから太陽風を再合成する。本稿では、ウィルコックス太陽観測所 (The Wilcox Solar Observatory; WSO) の磁場の観測データを用いた。

WSO は磁場の観測結果から、PFSS (Potential Field Source Surface) モデルを用いて、コロナにおけるポテンシャル磁場を見積もっており、このポテンシャル磁場を球面調和関数で多重極展開した 20 次までの展開係数をウェブサイトで公開している。この展開係数を WSO のサイトからダウンロードし<sup>1</sup>、展開係数にもとづいて太陽表面とソース面の間の領域  $R_{\odot} \leq r \leq R_s (= 2.5 R_{\odot})$  におけるコ

---

<sup>1</sup> <http://wso.stanford.edu>

コロナ磁場を再合成した。これによりソース面  $r = R_s$  における磁場  $B_r$  が得られる。なお、PFSS モデルでは、ソース面より内側ではカレントフリー ( $\nabla \times \mathbf{B} = 0$ ) を仮定し、ソース面における磁場は動径成分以外はゼロという境界条件を用いている ( $B_\theta = B_\phi = 0$ )。

内側の境界条件  $r = R_{\text{in}}$  における速度の動径成分をいわゆる WSA の公式 (Wang & Sheely 1990; Arge & Pizzo 2000) によって次のように求めた：

$$v_r = 267.5 + \frac{410}{f_s^{0.4}} \text{ km s}^{-1}.$$

ここで  $f_s$  は超動径膨張係数とよばれ、つぎのように定義される：

$$f_s = \left( \frac{R_\odot}{R_s} \right)^2 \frac{B_r(R_\odot)}{B_r(R_s)}.$$

超動径膨張係数はコロナ磁場の磁束管の膨張を定量化している。超動径膨張係数を求めるために、ソース面から太陽表面に向かって磁力線を空間 2 次精度の予測・修正法を用いて追跡した。磁力線は上記の PFSS モデルによって再合成されたものである。また速度の方位角成分は太陽の自転に起因するが、自転速度は太陽風の速度に比べて十分遅いため、 $v_\theta = v_\phi = 0$  とした。

磁場は動径方向に  $r^{-2}$  に比例して弱くなると仮定し、内側の境界  $r = R_{\text{in}}$  における値を

$$B_r(R_{\text{in}}) = \left( \frac{R_{\text{in}}}{R_s} \right)^{-2} B_r(R_s),$$

とした。磁場の方位角成分  $B_\phi$  はパーカースパイラルによって有限の値を持ち、

$$B_\phi(R_{\text{in}}) = -B_r(R_{\text{in}}) \frac{R_{\text{in}} \Omega_c \sin \theta}{v_r},$$

とした。ここで  $\Omega_c = 2\pi / (27.2753 \text{ 日})$  であり、キャリントン回転を仮定した。なお  $B_\theta(R_{\text{in}}) = 0$  とした。

密度と温度の見積りは Hayashi et al. (2003) に従った。速度の動径成分  $v_r$  を用いて、

$$n = \left( \frac{R_{\text{in}}}{50R_\odot} \right)^{-2} \left[ 62.98 + 866.4 \left( \frac{v_r}{100 \text{ km s}^{-1}} - 1.549 \right)^{-3.402} \right] \text{ cm}^{-3},$$

$$T = \left( \frac{R_{\text{in}}}{50R_\odot} \right)^{-2(\gamma-1)} \left( -0.455 + 0.1943 \frac{v_r}{100 \text{ km s}^{-1}} \right) \times 10^6 \text{ K},$$

と与えた。Hayashi et al. (2003) は  $r = 50 R_\odot$  の密度と温度を見積もっている

ため、上の式では密度と温度の値を内側の境界の半径  $r = R_{\text{in}}$  にスケールしている。

上記の処方箋に従い、内側の境界  $r = R_{\text{in}}$  の  $(\theta, \varphi)$  の 2 次元面において、 $\Delta\theta = \Delta\varphi = 5^\circ$  の間隔で物理量  $\mathbf{B}, \mathbf{v}, n, T$  を求めた。このデータ間隔についてはあらためて第 5.1 節で議論する。また太陽の自転を考慮するために、これらの物理量を  $\varphi$  方向に角速度  $\Omega_c$  の割合でシフトさせた。上記の境界条件は極座標  $(r, \theta, \varphi)$  で定義されているため、境界条件をカーテシアン座標  $(x, y, z)$  の計算格子へ線形補間を用いてリマップした。

第 3 章のテスト計算では、太陽風モデルを時間的に変動させずに、2015 年 5 月 5 日の磁場の観測から得られた太陽風モデルに固定し、このモデルを角速度  $\Omega_c$  で回転させた。図 1 に磁場の観測から求めた超動径膨張係数  $f_s$  の全球分布を示す。赤道面付近で超動径膨張係数  $f_s$  が大きな値を持ち、図 2 に示すようにこの領域で低速な太陽風が再現される。緯度が高い領域では高速な太陽風が再現される。図 3 に内側の境界  $r = R_{\text{in}}$  における磁場の動径成分  $B_r$  の強度を示す。低速な太陽風の領域を境に北と南で磁場の動径成分  $B_r$  の符号が反転し、電流シートが再現される。内側の境界とソース面の半径の比を  $R_{\text{in}} / R_s = 10$  に設定しているため、内側の境界における磁場  $B_r$  の値はソース面における値の 1/100 倍である。

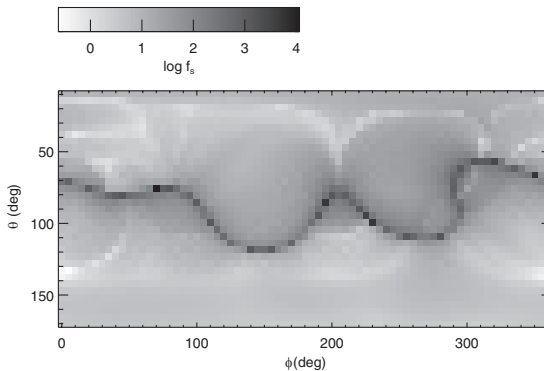


図 1 2015 年 5 月 5 日の超動径膨張係数  $f_s$  の  $\theta - \phi$  面における分布。グレーは  $f_s$  の対数を示す。 $f_s$  の値を  $\Delta\theta = \Delta\varphi = 5^\circ$  の間隔で表示している。赤道面  $\theta = 90^\circ$  付近で  $f_s$  が大きな値を持ち、ここで低速な太陽風が実現される。

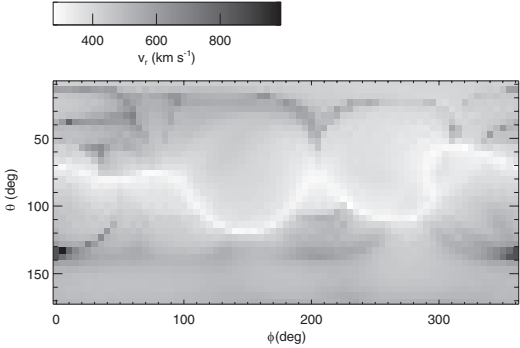


図 2 太陽風の動径速度  $v_r$  の  $\theta - \phi$  面における分布。2015 年 5 月 5 日の太陽磁場の観測にもとづいている。

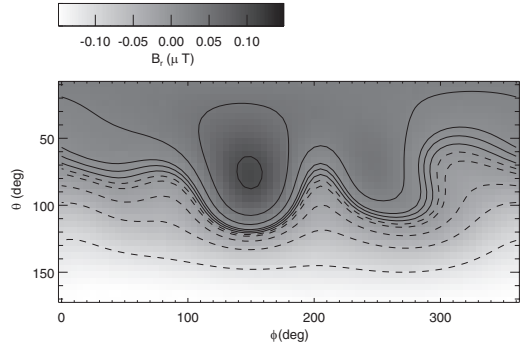


図 3 内側の境界における磁場の動径成分  $B_r$  の  $\theta - \phi$  面における分布。2015 年 5 月 5 日の太陽磁場の観測にもとづいている。等高線は  $B_r = (0, \pm 0.005, \pm 0.01, \pm 0.025, \pm 0.05, \pm 0.1) \mu T$  である。等高線のうち実線は  $B_r \geq 0$  を、太線は  $B_r = 0$  を、破線は  $B_r < 0$  を表す。

2.4. 初期条件

このモデルでは、内側の境界から超音速の太陽風が流入し、超音速のまま外側の境界を通じて計算領域の外へ流出する。したがって、十分に時間が経過した後は、初期条件の影響は消える。この理由により、初期条件の設定は任意で良いが、計算が破綻しないために条件  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  は満たすべきである。ここでは、以下のような簡単な初期条件を設定した：

$$\begin{aligned}
v_r &= 500 \text{ km s}^{-1}, \\
v_\theta &= v_\varphi = 0, \\
B_r &= \pm 0.05 \left( \frac{r}{R_{\text{in}}} \right)^{-2} \mu \text{ T}, \\
B_\theta &= B_\varphi = 0, \\
n &= 300 \left( \frac{r}{R_{\text{in}}} \right)^{-2} \text{ cm}^{-3}, \\
T &= 1 \times 10^6 \text{ K}.
\end{aligned}$$

ここで  $B_r$  の符号を北半球と南半球で入れ替え、磁場の形状をスプリットモノポールとした。

## 2.5. 計算法

本研究では第 2.1 節の基本方程式を陽解法によって解く。シミュレーションコードには SFUMATO を採用した (Matsumoto 2007)。SFUMATO はブロック構造格子タイプの適合格子細分化法 (AMR 法) を採用した MHD コードである。全てのブロックは  $N_{\text{cell}}^3$  個の格子を持つ。1 個のブロックは 8 個のブロックに細分化され、全ブロックは 8 分木で管理されている (c.f., Fryxell et al. 2000)。第 3 章のテスト計算では、 $N_{\text{cell}} = 4$ 、第 4 章の性能評価では  $N_{\text{cell}} = 16$  とした。

SFUMATO はフラット MPI で並列化されている。並列化では、グリッドレベルごとにヒルベルト曲線を用いてブロックを順序付けし、ロードバランスを調整している。

AMR 法では  $l = 0, \dots, l_{\text{max}}$  のグリッドレベルを持つ。太陽に近いほどグリッドレベルは大きく (格子は細かく)、太陽から遠いほどグリッドレベルは低い (格子は粗い)。第 3 章では、グリッドレベル  $l$  のブロックを  $r \leq 50 \times 2^{l_{\text{max}}-l} R_\odot$  ( $l_{\text{max}} = 2$ ) を満たす領域に配置した。同様に、第 4 章では、グリッドレベル  $l$  のブロックを  $|x|, |y|, |z| \leq 50 \times 2^{l_{\text{max}}-l} R_\odot$  ( $l_{\text{max}} = 10$ ) を満たす領域に配置した。前者ではブロックが球状に配置され、後者ではブロックが立方体形状に配置される。なお、計算領域の大きさを示す  $R_{\text{out}}$  は  $50 \times 2^{l_{\text{max}}} R_\odot$  に一致する。

MHD スキームには HLLD 法 (Miyoshi & Kusano 2005) を採用した。これに空間 3 次精度 MUSCL 法と時間 2 次精度の予測修正法を施した。磁場を含めて全ての物理量をセル中心で定義しており、計算中に  $\nabla \cdot \mathbf{B}$  をクリーンするために Dedner et al. (2002) の方法を用いた。



計算の規格化を次のように行った。数密度の単位を  $1 \text{ cm}^{-3}$ 、長さの単位を太陽半径  $R_{\odot}$ 、時刻の単位を時間 hour とした。

### 3. テスト計算

図 4 と図 5 に  $z = 0$  平面および  $y = 0$  平面における速度の絶対値の分布を示す。計算領域は太陽を中心に含む一辺が  $400 R_{\odot}$  の立方体であり、おおよそ地球の軌道が計算領域に入る大きさに相当する。この計算ではブロックの個数は、1 レベルあたり 1 方向あたり最大 16 ブロックであり、1 ブロックには 1 方向あたり 4 個のセルが含まれる。したがって、1 レベルあたり 1 方向あたり最大で  $64 (= 16 \times 4)$  個のセルが含まれる。

この計算では太陽風モデルは時間的に一定であるが、太陽の自転に応じて太陽風モデルを回転させているので、図 4 に示すようにパーカースパイラルが現れる。また図 5 には、赤道面付近に電流シートに付随する低速の太陽風が再現されている。

図 6 に太陽圏の 3 次元構造を示す。等値面は  $B_r$  が反平行になる面、すなわち  $B_r = 0$  の面を示し、この面は電流シートに対応する。電流シートはいわゆるバレーリナ構造を呈する。この  $B_r = 0$  の形状は図 5 に示された低速の太陽風の分布と整合する。

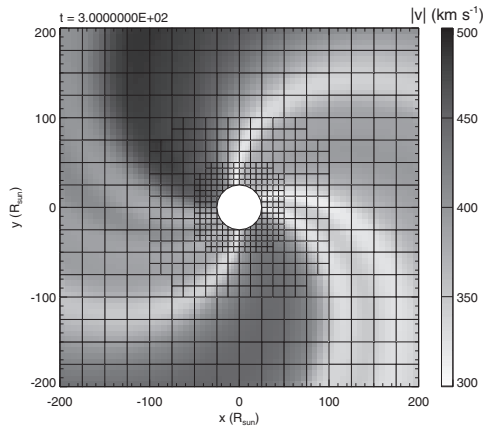


図 4 AMR 法を用いた太陽圏の MHD シミュレーション。時刻は計算開始から 300 時間である。グレースケールは  $z = 0$  平面におけるプラズマの速度を表す。太陽風は螺旋状のパーカースパイラルを再現する。縦横の格子は AMR ブロックの境界を表す。全てのブロックは  $4^3$  個のセルを持つ。

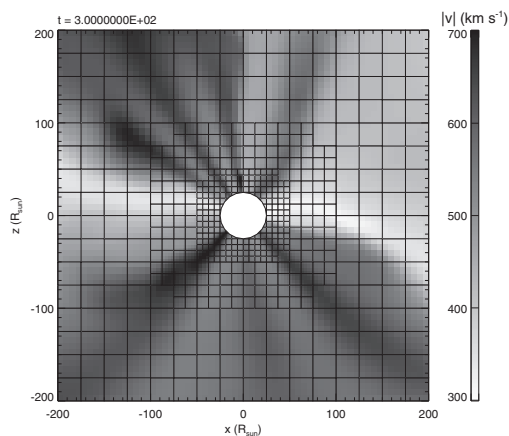


図 5 図 4 と同じ。ただし  $y = 0$  平面を示す。

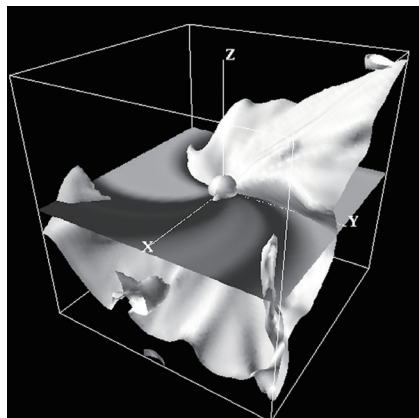


図 6 太陽圏モデルの 3 次元鳥瞰図。表示領域は  $(400 R_{\odot})^3$  である。中心部の球は内側の境界条件の位置  $r = 25 R_{\odot}$  を示す。等値面は  $B_r = 0$  の面を示し、電流シートに対応する。グレースケールは  $z = 0$  平面における  $v_r$  の分布である。

#### 4. 性能評価

性能評価では科学的な計算と同規模の格子数を設定した。ブロックの個数を 1

レベルあたり  $32^3$  ブロックとし、1 ブロックに  $16^3$  個のセルが含まれる。したがって 1 レベルに  $512^3$  個の格子が含まれる。このようなレベルを 10 階層 ( $l_{\max} = 9$ ) 置いた。計算を性能評価に特化するため、内側の境界条件と初期条件における速度と磁場を 0 に固定した。初期条件の読み込み終了直後に時計をスタートさせ、512 ステップ進んで全グリッドレベルが同期したときまでの経過時間を測定し、これをコードの実行時間とした。したがって実行時間にはデータの読み込み時間は含まれない。実行時間を測定したステップにおけるモデル上の時刻は典型的に  $t = 29$  時間であった。

上記の設定のまま並列数を 1024 の場合と 2048 の場合の 2 通りの実行時間を測定した。これはストロング・スケーリングの計測に対応する。

図 7 に実行時間の測定結果を示す。ここでは細分化の方法を変えて 4 通りの場合を測定した。第 1 の場合は格子の細分化を同期ステップごとに行うもの、第 2 の場合は格子の細分化を 8 同期ステップに 1 度の間隔で行うもの、第 3 の場合は

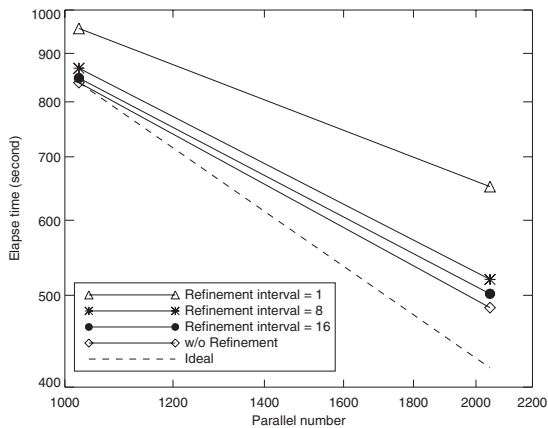


図 7 シミュレーションコードの性能評価。横軸は MPI 並列数を、縦軸は計算の実行時間を示す。横軸と縦軸はともに対数軸である。4 本の実線と 1 本の破線は上から、(1) 1 同期ステップごとに細分化をした場合、(2) 8 同期ステップごとに細分化をした場合、(3) 16 同期ステップごとに細分化をした場合、(4) 細分化をしない場合 (固定グリッド)、(5) 理想の場合 (並列化効率が 100%) の実行時間を示す。理想の場合の実行時間は、1024 並列の固定グリッドの実行時間を基準にした。

格子の細分化を 16 同期ステップに 1 度の間隔で行うもの、第 4 の場合は格子の細分化を行わない場合である。なおこの計算では細分化条件に太陽からの距離を採用しているため、細分化のプロセスが実行されても、実際に格子の位置は変更されない。

ここで、同期ステップとは、最も細かいグリッドレベルが他のいずれかのグリッドレベルと同期するステップである。通常、格子を細分化するタイミングは、細分化の対象であるグリッドレベルが、そのグリッドレベルよりも粗いグリッドレベルのどれか一つ以上と同期しているときである。本稿のように初期条件において最も細かいグリッドレベルが上限値  $l_{\max}$  に達している場合、最も細かいグリッドレベル  $l_{\max}$  は一つ粗いグリッドレベル  $l_{\max-1}$  と 2 ステップごとに同期する。したがって、上記の第 1 の場合には、グリッドレベル  $l_{\max}$  の 2 ステップごとに細分化を行い、第 2 の場合にはレベル  $l_{\max}$  の 16 ステップごとに細分化を行い、第 3 の場合にはレベル  $l_{\max}$  の 32 ステップごとに細分化を行う。

第 4 の場合は、いわゆる **FMR (fixed mesh refinement)** である。FMR では初期条件の生成時に格子の細分化が行われ、以後の時間発展ではグリッドは固定されている。細分化の探査を含めて全ての細分化の手続きを行わない。

図 7 の実線 (測定結果) と破線 (理想的な場合) の傾きを比べると、並列数 2048 でもおおむね実行時間は並列数にスケールしていることがわかる。また、実行時間は毎同期ステップで細分化を行う場合が最も長く、FMR の場合が最も短い。また細分化を 8 同期ステップや 16 同期ステップごとに行う場合でも、FMR に近い性能を示す。

表 1 に定量的な並列化効率と実効並列化率を示す。本稿では並列化効率を

$$E = \frac{T_m}{T_n} \frac{m}{n},$$

と定義し、実効並列化率を

$$\alpha = \frac{T_m - T_n}{\left(1 - \frac{1}{n}\right) T_m - \left(1 - \frac{1}{m}\right) T_n},$$

と定義した。実効並列化率はアムダール則を仮定すると上式で与えられる<sup>2</sup>。ここで、 $T_n$  と  $T_m$  はそれぞれ並列数  $n$  と  $m$  ( $n \geq 2m$ ) で計算したときの実行時間である。

<sup>2</sup> たとえば「平成 28 年度 HPCI システム利用研究課題 申請書記入要項」

表 1 並列化効率と実効並列化率

	細分化間隔 1 同期ステップ	細分化間隔 8 同期ステップ	細分化間隔 16 同期ステップ	細分化なし (FMR)
並列化効率 $E$	73.4%	83.5%	84.5%	86.4%
実効並列化率 $\alpha$	99.945%	99.976%	99.978%	99.982%

並列化効率は FMR では 86.4%に達し、細分化の頻度を減らした場合には 84%程度を達成する。毎回細分化を行った場合の並列化効率が 73.8%であることを考慮すると、細分化の頻度を抑えることは、性能向上に有効であることがわかる。また、実効並列化率は全ての場合に 99.9% を超えており、この結果は SFUMATO の大部分は並列化されていることを示す。

5. 議論

5.1. 内側の境界条件の分解能

第 3 章のテスト計算では、内側の境界条件の半径  $R_{in}$  を 4 ブロックで分解した。1 個のブロックが持つセル数を 1 次元方向に 4 個としたので、半径  $R_{in}$  を 16 個のセルで分解した。この分解能は半径  $R_{in}$  の球殻上で最小で  $1/16 = 3.6^\circ$  に相当する。一方、第 2.3 節で述べた太陽風モデルの分解能は  $\Delta\theta = \Delta\varphi = 5^\circ$  であり、上記の角度と同程度であり、太陽風モデルの分解能は適切である。

第 4 章では半径  $R_{in}$  を 8 ブロックで分解した。1 個のブロックが持つセル数を 1 次元方向に 16 個としたので、半径  $R_{in}$  を 128 個のセルで分解した。この分解能は半径  $R_{in}$  の球殻上で最小で  $1/128 = 0.45^\circ$  に相当する。したがって、この場合には太陽風モデルの分解能を  $\Delta\theta \simeq \Delta\varphi \simeq 0.5^\circ$  程度まで小さくする必要がある。

5.2. 並列化効率

オリジナルの SFUMATO は、MHD だけではなく自己重力も解く (Matsumoto 2007)。自己重力のために楕円型方程式であるポアソン方程式を解き、MHD のために双曲型の方程式を解く。一般的に楕円型方程式の数値解法は、双曲型の数値解法と比べて、並列化効率が低いことが知られている。オリジナルの SFUMATO も同様の傾向を示し、本研究の SFUMATO は自己重力を解かないために高い並

列化性能を示す。

第4章に示したように実効並列化率は99.9%以上と高く、コードのほとんどの部分が並列化されている。並列化されていない部分がコードに占める割合は微小であるが、並列数が大きくなるとこの部分が並列化効率を向上させる上での足かせになる。

並列化されていない部分は、細分化の手続きのうち、ブロックの順序付け（オーダリング）する手続きなどの、8分木のデータ構造を管理する部分であり、この部分はノードをまたいでグローバルなデータ管理が必要で、原理上並列化が難しい。また、細分化の手続きではグリッドの袖のデータ転送を行い、これがオーバーヘッドになる。したがって、第4章に示したように、細分化手続きの頻度を減らすと並列化効率が向上する。

つぎにどこまで細分化手続きの頻度を減らせるかを議論する。SFUMATOでは時間ステップをCFL条件で決めている。簡単のために重力がない場合を考えると、時間ステップは

$$\Delta t = C_{\text{CFL}} \min \left\{ \frac{1}{\frac{|v_x| + c}{\Delta x} + \frac{|v_y| + c}{\Delta y} + \frac{|v_z| + c}{\Delta z}} \right\},$$

で与えられる。ここで  $C_{\text{CFL}}$  はCFL数を表し、本研究では  $C_{\text{CFL}} = 0.7$  を採用した。また  $c$  は波の位相速度であり、本研究ではMHDファースト波の位相速度  $c = \sqrt{(\gamma P + |\mathbf{B}|^2)/\rho}$  を採用した。立方体のセルを採用しているので、 $\Delta x = \Delta y = \Delta z$  であり、セル幅はグリッドレベルごとに2倍ずつ異なる。

細分化手続きの間隔が8同期ステップ（グリッドレベル  $l_{\text{max}}$  で16時間ステップ）の場合を考える。1次元の波は時間  $\Delta t$  の間に最大でも距離  $C_{\text{CFL}} \Delta x$  だけ伝播する。したがって16時間ステップ（ $16 \Delta t$ ）の間に波が伝播する距離は、最大で  $16 C_{\text{CFL}} \Delta x$  である。いまAMRのブロックに含まれるセル数は1次元方向に16個なのでこの距離はブロックの幅（ $16 \Delta x$ ）よりも小さい。したがって、16時間ステップ（8同期ステップ）ごとに格子の細分化を行えば、格子の再配置は構造の移動に追従することができる。これが保守的な見積もりである。

細分化手続きの間隔が16同期ステップ（グリッドグリッド  $l_{\text{max}}$  で32時間ステップ）の場合を考える。実際の計算では  $v_x \sim v_y \sim v_z$  なので、時間ステップは

$$\Delta t \sim \frac{C_{\text{CFL}}}{3} \frac{\Delta x}{v + c},$$

となり、 $C_{\text{CFL}} = 0.7$ であることを考慮すると、時間ステップ  $\Delta t$  の間に波は距離  $0.2 \Delta x$  だけ伝播する。したがって、32 時間ステップ ( $32 \Delta t$ ) の間に波が伝播する距離は最大で  $7.5 \Delta x$  であり、これはブロックの幅 ( $16 \Delta x$ ) よりも小さい。したがって、実用上は細分化の頻度を 32 時間ステップ (16 同期ステップ) とすることができる。

### 5.3. 細分化条件

本稿では太陽からの距離のみに応じて格子の細分化を行った。すなわち細分化条件は太陽からの距離の関数である。したがって初期条件を作る段階で AMR の階層格子が作られ、その後の時間発展の段階では細分化の探査や 8 分木構造のデータベースの更新手続きは行われるが、実際に格子の配置は変更されない。

銀河宇宙線の移流拡散への応用を考えると、電流シートを細かい格子で分解することが望まれる。したがって、今後の計算では、電流シートを細分化条件に加えることが望まれる。

電流シートを同定するためにいくつかの方法がある。第 1 の方法は電流のモニタである。電流は磁場分布から  $\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B}$  によって求めることができる。この方法では、電流のうちシート状の電流以外でも細分化条件が満たされることを留意する必要がある。第 2 の方法は反平行磁場の同定である。反平行は  $B_r = 0$  になる箇所と同定できる。たとえば図 6 のバレーナ構造を示す電流シートに対応する構造は、 $B_r = 0$  の面である。ただし、この場合にはヘリオポーズ付近で電流シートが何重にも折りたたまれる磁場は同定できない。この電流シートが折りたたまれる領域で反平行になる磁場の成分は  $B_r$  ではなく  $B_\phi$  だからである。

## 6. まとめ

本稿では、AMR 法を用いた太陽圏の動的モデルの構築状況を報告した。本モデルは、理想 MHD を仮定した陽解法による数値シミュレーションにもとづく。数値シミュレーションコードには、SFUMATO を採用した。SFUMATO は AMR 法を実装し、現在は太陽からの距離に応じて格子を細分化する。

本稿ではテスト計算とコードの性能評価の結果を報告した。テスト計算では、太陽風モデルを 2015 年 5 月 5 日の観測から得られた太陽風に固定し、定常なパ

ーカースパイラルを再現した。性能評価では、本コードは高い並列化効率を示した。すなわち並列数 2048 でも実行時間はスケールする。並列化効率を向上するためには、格子の細分化の手続きの頻度を下げることが有効である。実用上は 16 同期ステップに 1 度の頻度で細分化を行うことが現実的である。

今後は (1) 変動する太陽風モデルを内側の境界条件に実装し、(2) 電流シートを考慮した格子の細分化条件を実装し、さらに (3) 太陽風と星間物質との相互作用を解き、より現実的な太陽圏モデルを構築する計画である。さらに長期的には並列数 1 万を超えるより大規模な並列計算を行うために、MPI と OpenMP を組み合わせたハイブリッド並列を検討する。

第 3 章のテスト計算では、科研費（課題番号 23540270）で購入したワークステーション Dell Precision R5500 を用いた。第 4 章の性能評価では、国立天文台天文シミュレーションプロジェクトのスーパーコンピュータ Cray XC30 を用いた。本稿の可視化には IDL と AVS/Express を用いた。本研究の遂行にあたって、片岡龍峰氏（国立極地研究所）、宮原ひろ子氏（武蔵野美術大学）、塩田大幸氏（名古屋大学）、三宅昌子氏（茨城工業高等専門学校）と有益な議論を行った。

## 参考文献

- Arge, C. N., & Pizzo, V. J. 2000, JGR, 105, 10465
- Berger, M. J., & Colella, P. 1989, Journal of Computational Physics, 82, 64
- Burger, R. A., & Sello, P. C. 2005, Advances in Space Research, 35, 643
- Dedner, A., Kemm, F., Kroner, D., et al. 2002, Journal of Computational Physics, 175, 645
- Eddy, J. A. 1976, Science, 192, 1189
- Fryxell, B., Olson, K., Ricker, P., et al. 2000, ApJS, 131, 273
- Guo, X., & Florinski, V. 2014, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 119, 2411
- Hayashi, K., Kojima, M., Tokumaru, M., & Fujiki, K. 2003, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 108, 1102
- Kataoka, R., Ebisuzaki, T., Kusano, K., et al. 2009, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 114, A10102
- Kataoka, R., Miyahara, H., & Steinhilber, F. 2012, Space Weather, 10, S11001



- Matsumoto, T. 2007, PASJ, 59, 905
- McCracken, K. G., & Beer, J. 2007, *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 112, A10101
- Miyake, S., & Yanagita, S. 2008, *International Cosmic Ray Conference*, 1, 445
- Miyoshi, T., & Kusano, K. 2005, *Journal of Computational Physics*, 208, 315
- Opher, M., Drake, J. F., Velli, M., Decker, R. B., & Toth, G. 2012, *ApJ*, 751, 80
- Shiota, D., Kataoka, R., Miyoshi, Y., et al. 2014, *Space Weather*, 12, 187
- Wang, Y.-M., & Sheeley, N. R., Jr. 1990, *ApJ*, 355, 726